

Introduction

- La cinématique est la partie de la mécanique qui étudie le mouvement des corps, indépendamment des forces qui les produisent.
- Les grandeurs étudiées s'appellent mouvement, déplacement, trajectoire, vitesse et accélération.
- Le mot cinématique dérive du grec Kinéma, qui signifie mouvement.
- En cinématique, les solides étudiés sont supposés indéformables.

1. Référentiel

1.1. Repère d'espace

Le mouvement d'un solide peut être défini par rapport à un autre solide choisi comme repère d'espace et appelé solide de référence.

Exemple :

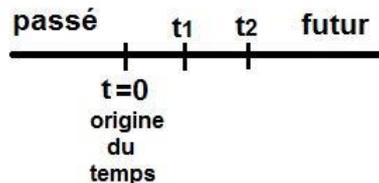
Le mouvement d'un avion 1 par rapport au sol 0 est noté, 0 est le solide de référence.

Inversement le mouvement du sol par rapport à l'avion est noté, 1 est dans ce cas le solide de référence.



1.2. Repère de temps

En mécanique, le temps est considéré comme absolu et uniforme. Chaque moment, chaque fragment de temps est identique au suivant. Le temps peut être schématisé par une droite, orientée du passé vers l'avenir.

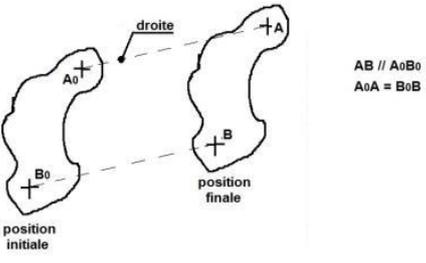
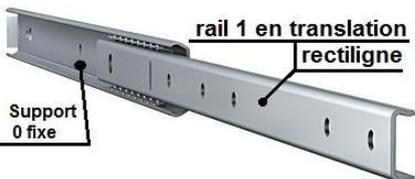
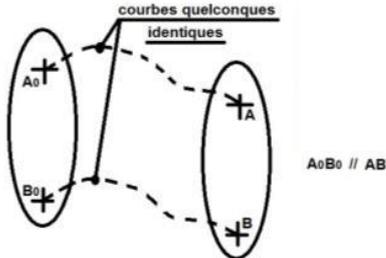
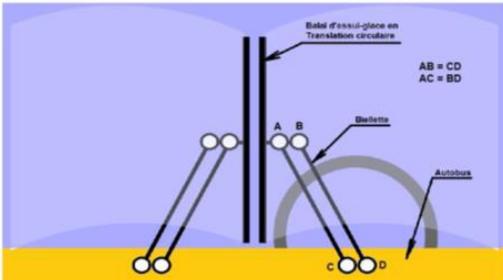
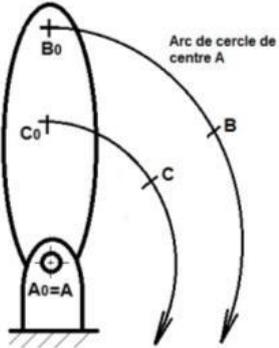
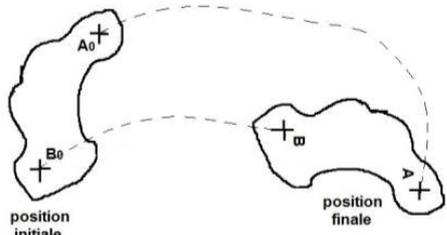
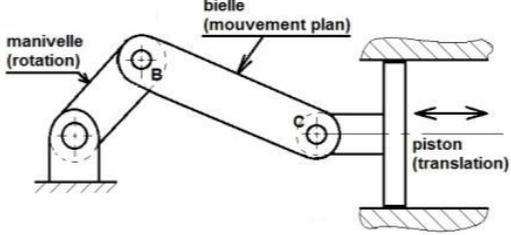


La seconde est l'unité de temps. Les autres unités usuelles peuvent être utilisées (minute, heure ...), t est un point de cet espace-temps, t est appelé la date.

2. Mouvements

Un solide exécute un mouvement plan lorsque tous les points qui le constituent se déplacent dans des plans parallèles entre eux.

Principaux mouvements plans de solides

Mouvements	Propriétés	Exemples
<p>Translation Rectiligne</p>	 <p>$AB \parallel A_0B_0$ $A_0A = B_0B$</p>	 <p>Support 0 fixe rail 1 en translation rectiligne</p>
<p>Translation Curviligne</p>	 <p>$A_0B_0 \parallel AB$</p>	 <p>Rail d'essui-glace en Translation circulaire Autobus Bulettes $AB = CD$ $AC = BD$</p>
<p>Rotation (D'axe fixe)</p>	 <p>Arc de cercle de centre A $A_0 = A$</p>	 <p>hélice en rotation</p>
<p>Mouvement plan général</p>	 <p>position initiale position finale</p>	 <p>manivelle (rotation) bielle (mouvement plan) piston (translation)</p>

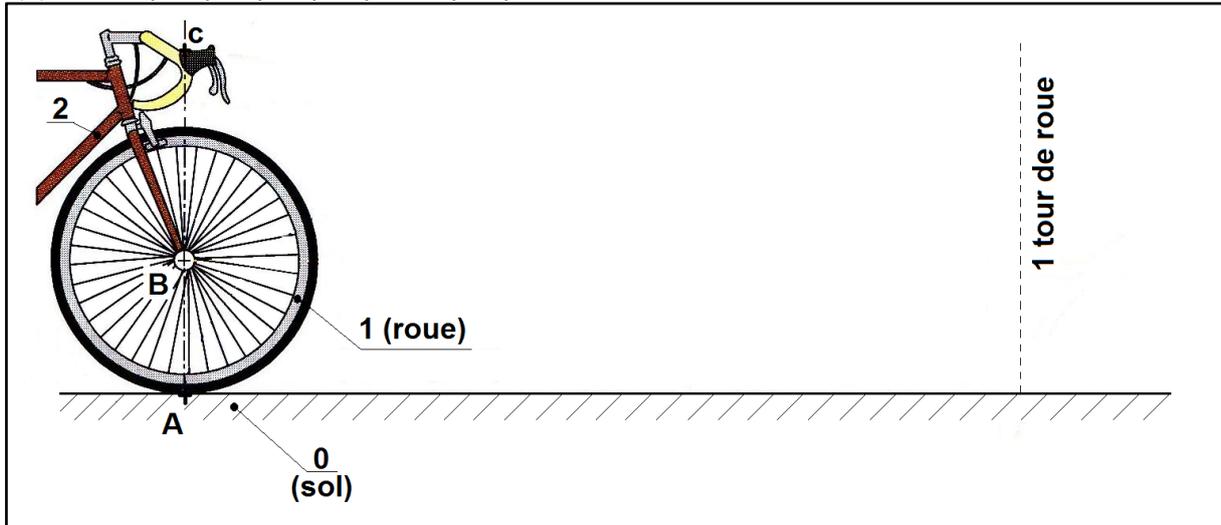
3. Trajectoire d'un point

Il s'agit de l'ensemble des positions successives du point lors de son mouvement dans le repère de référence.

Exemple : bicyclette.

A est le point de contact entre la roue 1 et le sol 0. B est le centre de l'articulation entre la roue 1 et le cadre 2. C est un point appartenant à une poignée de frein.

- Le cadre du vélo se déplace en
- Tracer sur la figure les trajectoire suivantes : $T_C(2/0)$ (trajectoire du point C appartenant à 2 par rapport à 0), $T_B(2/0)$, $T_B(1/0)$ et $T_A(1/0)$.



Points coïncidents : points appartenant à des solides différents, qui se trouvent toujours superposés quel que soit l'instant t. Dans l'exemple du vélo le point B appartenant à 1 est coïncident au point B appartenant à 2, donc $\mathbf{VB}(1/2) = \mathbf{VB}(2/1) = \mathbf{0}$.

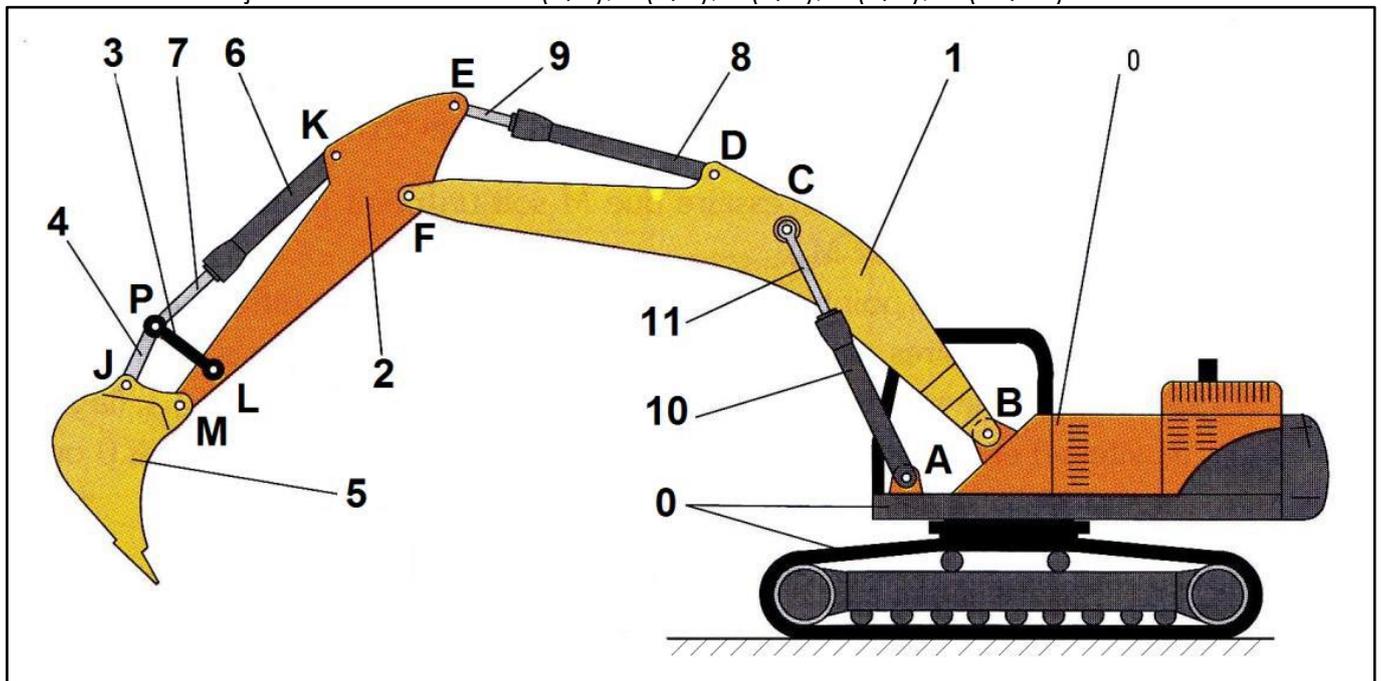
4. Applications

4.1. Pelle hydraulique :

- Donner le type de mouvements des pièces suivantes :

$M^t 1/0$: $M^t 2/1$: $M^t 11/10$:

- Tracer les trajectoires suivantes $T_C(1/0)$, $T_L(2/1)$, $T_L(3/1)$, $T_E(9/8)$, $T_C(11/10)$.

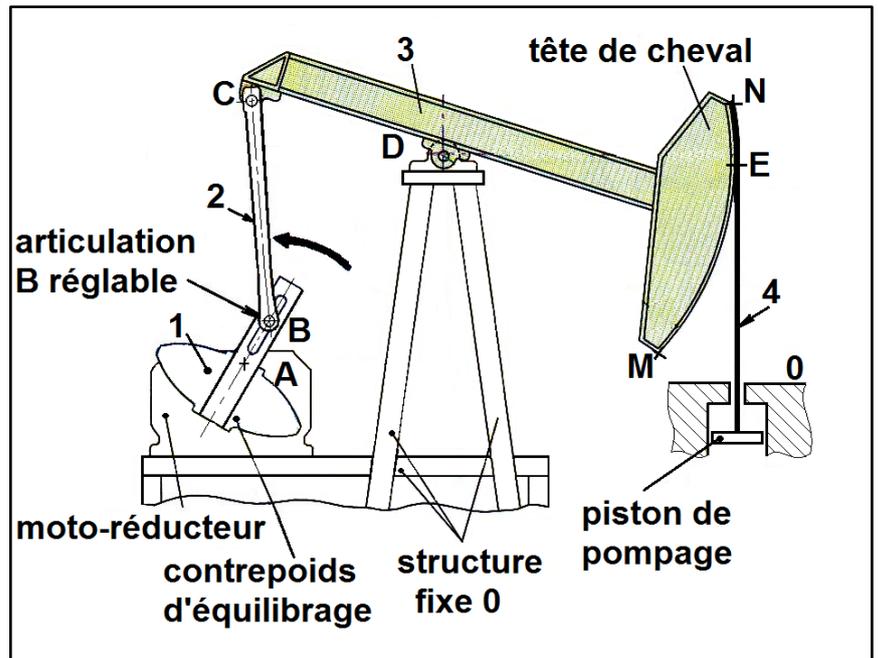


4.2. Pompe à pétrole

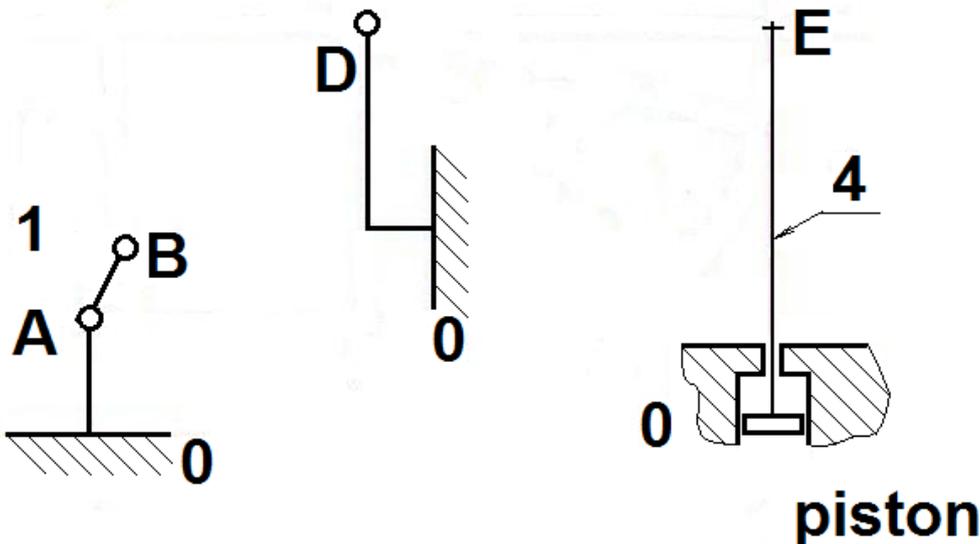
La pompe proposée sous forme simplifiée est utilisée lorsque la pression des nappes est insuffisante pour l'extraction. Sa forme particulière justifie son appellation « tête de cheval ». Le mouvement moteur est fourni en A à la manivelle 1 par un motoréducteur et se transmet en B à une bielle 2 puis en C à la tête de cheval 3. La tête 3, articulée en D sur une structure fixe 0, entraîne un câble 4 fixé en N et enroulé sur l'arc NM. Le câble fournit le mouvement de va-et-vient à un piston couissant dans le cylindre 0, créant ainsi l'aspiration du pétrole.

➤ Donner le type de mouvement des pièces suivantes :
 $M^{vt} 3/0$ $M^{vt} 2/3$ $M^{vt} 1/0$ $M^{vt} 2/0$

➤ Tracer les trajectoires suivantes : $T_B(1/0)$, $T_B(2/0)$, $T_C(3/0)$ et $T_N(3/0)$.



➤ Compléter le schéma cinématique de cette pompe à pétrole.



5. Vecteur vitesse

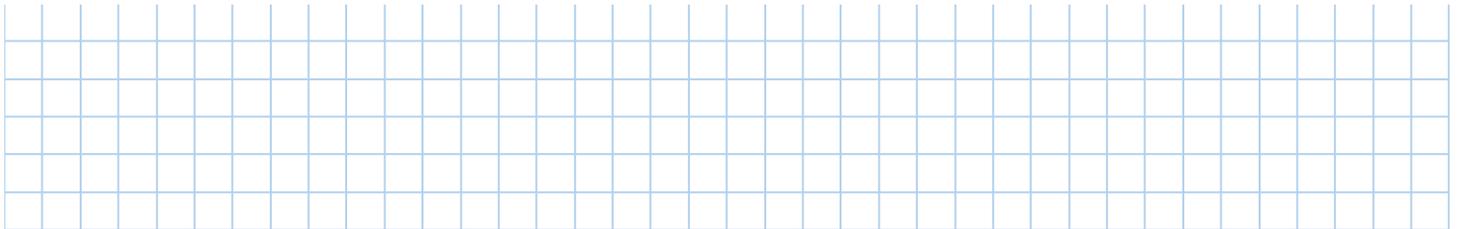
5.1. Translation rectiligne

Vitesse linéaire $\vec{V}_A(1/0)$ \Rightarrow Vitesse du point A appartenant au solide 1 par rapport au solide de référence 0.



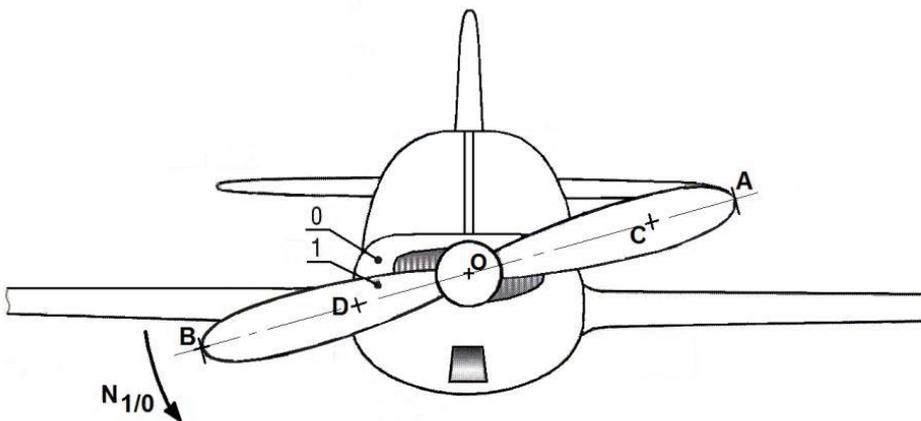
Unité : m/s

La voiture roule à 50 Km/h, calculer sa vitesse linéaire en m/s puis tracer le vecteur vitesse sur la figure.
1cm \Rightarrow 5 m/s



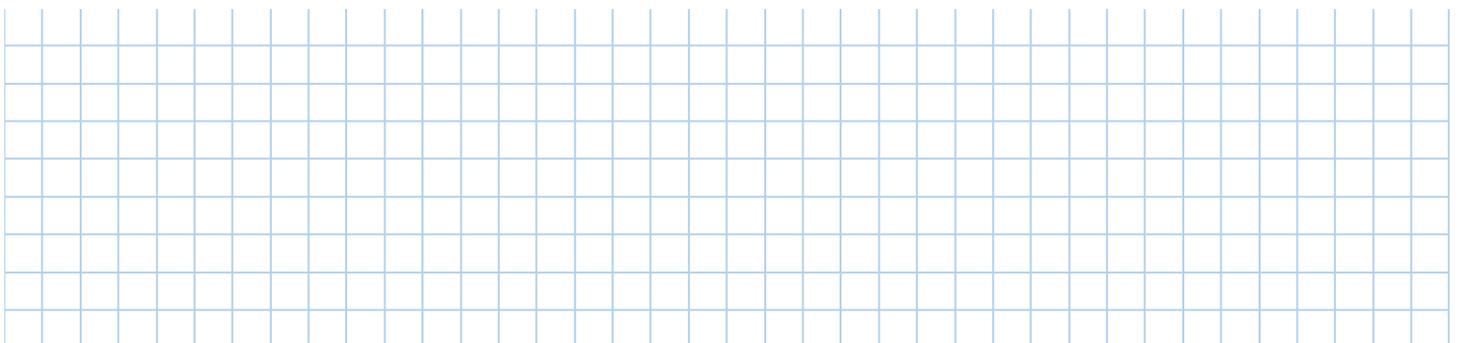
5.2. Rotation

Vitesse angulaire $\vec{\omega}(1/0)$ \Rightarrow Vitesse angulaire du solide 1 par rapport au solide 0.



Unité : rad/s

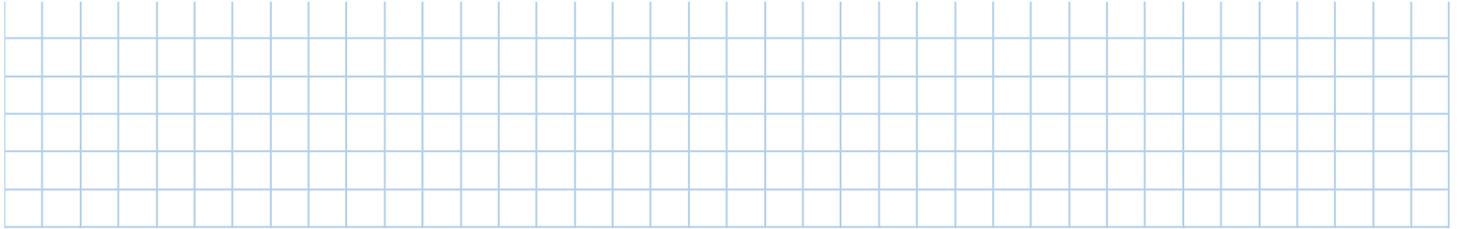
L'hélice d'avion a une fréquence de rotation $N_{1/0}$ de 1000 tr/min, calculer sa vitesse angulaire $\omega(1/0)$
1 tr = 2π radians



La vitesse linéaire $V_A(1/0)$ est tangente au rayon $[OA]$ et est égale au produit OA (le rayon) par la vitesse angulaire $\omega(1/0)$ du solide.

Rotation $\Rightarrow V_A(1/0) = \omega.R$

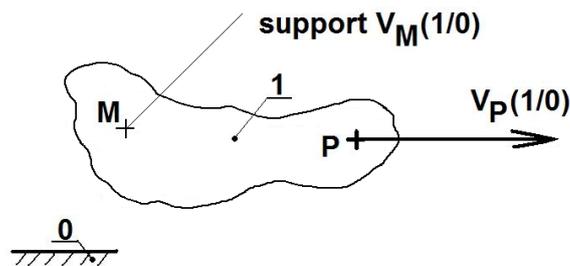
Calculer la vitesse linéaire $V_A(1/0)$ sachant que $[OA] = 0,8m$. Puis tracer cette vitesse (1 cm \Leftrightarrow 50 m/s)



6. Propriétés, constructions des vecteurs vitesse

6.1. Centre Instantané de Rotation

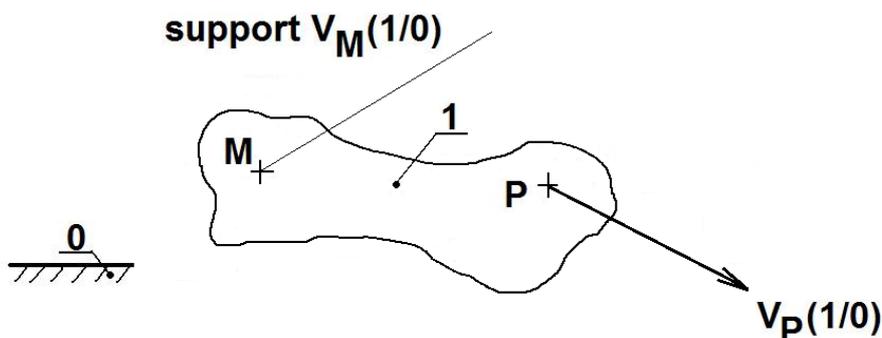
Pour tout solide en mouvement plan il existe un point I et un seul, ayant une vitesse nulle à l'instant considéré. Il se nomme Centre Instantané de Rotation et est placé à l'intersection des normales des vitesses. Le mouvement plan est ramené à un mouvement de rotation.



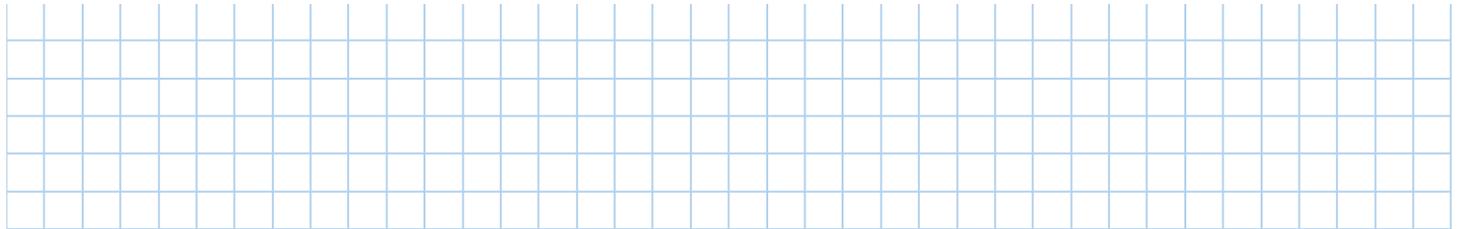
- Tracer la normale en P du vecteur $\overrightarrow{V_P(1/0)}$.
- Tracer la normale en M du support du vecteur $\overrightarrow{V_M(1/0)}$.
- Placer le CIR $I_{(1/0)}$.

6.2. Champ des vecteurs vitesse

A l'instant t , dans le mouvement plan $(1/0)$, la norme d'un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_M(1/0)}$ est proportionnelle à la distance de ce point au centre instantané de rotation.



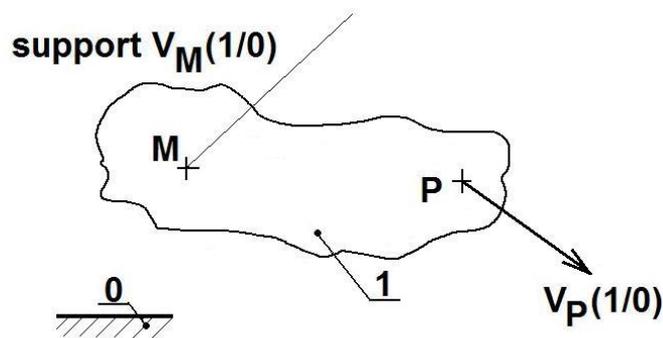
- Construire le CIR.
- Tracer le triangle des vitesses.
- Reporter le point M sur le triangle.
- Déterminer $V_M(1/0)$ sachant que $1\text{cm} \Leftrightarrow 5\text{m/s}$



Réaliser le TD 1.

6.3. Équiprojectivité

Soit deux points M et P appartenant à un même solide en mouvement plan, \vec{V}_M et \vec{V}_P les vecteurs vitesses respectifs, la projection orthogonale de V_M sur MP est égale à la projection orthogonale de V_P sur MP.



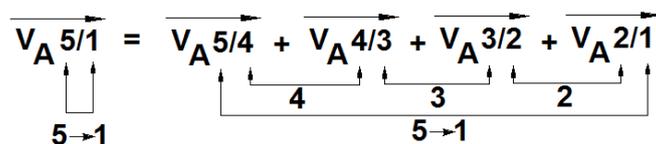
- Tracer la droite (MP).
- Tracer la projection orthogonale de $V_P(1/0)$ sur (MP).
- Reporter cette longueur au point M.
- Tracer le vecteur $\vec{V}_M(1/0)$ et donner sa valeur ($1\text{cm} \Leftrightarrow 10\text{m/s}$).

$V_M(1/0) =$

Réaliser le TD 2.

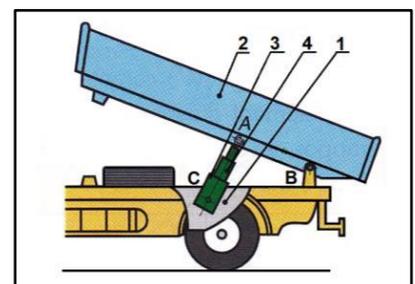
6.4. Loi de compensation des vitesses

Elle s'exprime par la relation :

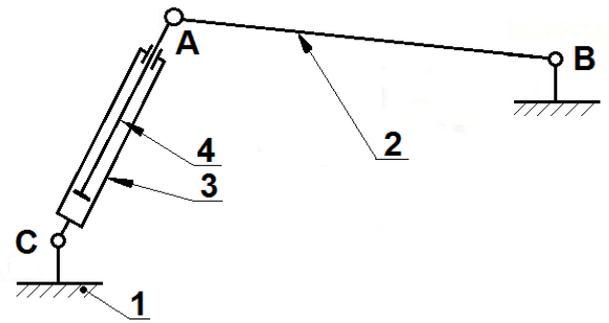
$$\vec{V}_A^{5/1} = \vec{V}_A^{5/4} + \vec{V}_A^{4/3} + \vec{V}_A^{3/2} + \vec{V}_A^{2/1}$$


Exemple :

La benne 2 du camion, articulée en B sur le châssis 1, est levée en A par un vérin hydraulique 3+4. Le vérin est articulé en C sur le châssis. Les liaisons en A, B et C sont des liaisons pivots de centre de même nom. Si la tige 4 sort du corps 3 à la vitesse de 5cm/s , déterminer les vitesses $V_A(2/1)$ et $V_A(3/1)$.



- Tracer $V_A(4/3)$. Echelle 1cm \Rightarrow 1cm/s
 - Tracer la droite support de $V_A(2/1)$.
 - Tracer la droite support de $V_A(3/1)$.
 - Que peut-on dire de $V_A(2/4)$ (points coïncidents),
- $V_A(2/4) = \dots\dots\dots$
- Compléter la composition de vitesses
- $V_A(2/1) = V_A(2/\dots) + V_A(\dots/\dots) + V_A(\dots/1)$
- Tracer les vecteurs et donner leurs normes.



$V_M(1/0) = \dots\dots\dots V_A(2/1) = \dots\dots\dots$

Réaliser le TD 3.

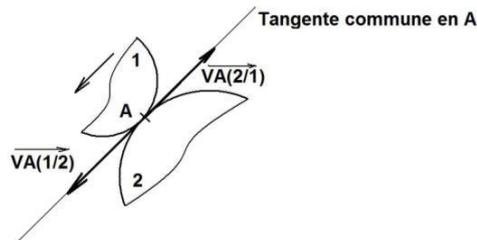
6.5. Vitesse de glissement

Soit deux solides 1 et 2 en contact ponctuel en A.

$V_A(1/2)$ est appelé vecteur vitesse de glissement au point de contact A dans le mouvement de 1/2.

$V_A(2/1)$ est appelé vecteur vitesse de glissement au point de contact A dans le mouvement de 2/1.

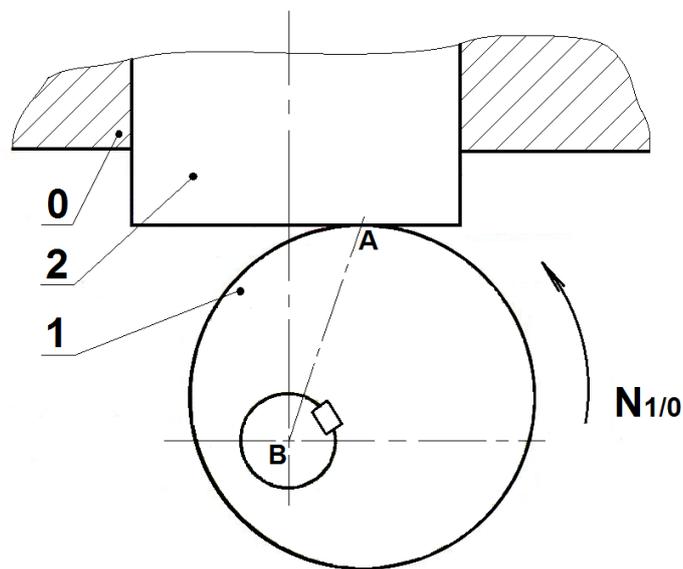
$$\overrightarrow{V_A(1/2)} = -\overrightarrow{V_A(2/1)}$$



La droite support du vecteur vitesse de glissement est tangente en A aux surfaces de contact.

Exemple :

Une came 1, entraînée en B par un arbre moteur, pousse en A un poussoir 2 en liaison glissière par rapport au bâti 0. La liaison en B entre 1 et 0 est une liaison pivot. Le dispositif occupe la position de la figure. $AB = 35 \text{ mm}$ et $\omega_{1/0} = 155 \text{ rad/s}$.



- Donner le mouvement de 1/0 :
- Donner le mouvement de 2/0 :
- Calculer $V_A(1/0)$ puis tracer cette vitesse : $V_A(1/0) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{cm/s}$
Echelle des vitesses : 1cm \Rightarrow 100 cm/s
- Tracer la droite support de $V_A(2/0)$.
- Tracer la droite support du vecteur de glissement $V_A(1/2)$.
- Compléter la loi de composition de vitesses. $V_A(1/0) = V_A(\dots/\dots) + V_A(\dots/\dots)$
- Tracer $V_A(1/2)$ et $V_A(2/0)$ puis donner leur valeurs. $V_A(1/2) = \dots\dots\dots$ $V_A(2/0) = \dots\dots\dots$

Réaliser le TD 4
